



# Modèle statique d'une PEMFC en vue d'une application au pronostic

Elodie Lechartier

## ► To cite this version:

Elodie Lechartier. Modèle statique d'une PEMFC en vue d'une application au pronostic. Journées des Jeunes Chercheurs en Génie Electrique, JCGE'2014., Jan 2014, France. pp.1-8. hal-01051151

**HAL Id: hal-01051151**

**<https://hal.science/hal-01051151>**

Submitted on 25 Jul 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modèle statique d'une PEMFC en vue d'une application au pronostic.

Elodie Lechartier

FEMTO-ST Institut, UMR CNRS 6174; Rue Alain Savary, 25000 Besançon  
FCLAB Research Federation, FR CNRS 3539; Rue Thierry Mieg, 90010 Belfort  
*elodie.lechartier@femto-st.fr*

**RESUME** – Dans le cadre d'un projet européen et en vue d'une application au pronostic de pile PEMFC, un modèle de comportement obtenu grâce à une approche analytique est développé. Ce papier décrit un modèle statique basé sur une loi de Butler-Volmer qui est finalement validé grâce à des données expérimentales.

**ABSTRACT** – In this European project one of the aims is to apply prognostics to a PEM Fuel Cell. For that purpose, an analytical behavior model is developed. This paper describes a static model based on the Butler-Volmer law and validated thanks to experimental data.

**MOTS-CLES** – PEMFC, PHM, modèle, statique.

## 1. Introduction

Dans le contexte actuel où le réchauffement climatique est une préoccupation pour chacun, la pile à combustible, notamment la *Proton Exchange Membrane Fuel Cell* (PEMFC) semble être une alternative prometteuse. Celle-ci présente cependant des limites : la production du dihydrogène, qui génère des gaz à effets de serre et consomme de l'énergie, son stockage et son transport qui est compliqué car le dihydrogène possède une faible densité énergétique par unité de volume. Une seconde limite est la durée de vie trop courte de la pile, c'est sur ce point que se concentre notre étude.

Le but à atteindre est l'augmentation de la durée de vie des *Proton Exchange Membrane Fuel Cell* (PEMFC). Pour cela, le *Prognostics and Health Management* (PHM) semble être une solution adaptée. En effet cette technologie permet de détecter, diagnostiquer ou pronostiquer une défaillance ainsi que de prendre les décisions au bon moment afin d'éviter les dégradations et d'optimiser l'utilisation. Le développement de cette technologie pour les piles PEMFC est un champ nouveau au sein de la communauté scientifique de recherche.

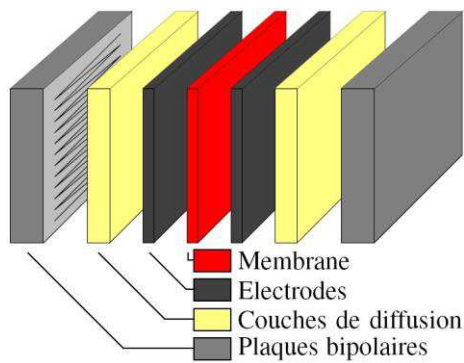
Le projet SAPPHERE projet de recherche financé par le Commission Européenne s'inscrit dans cet objectif. SAPPHERE est l'acronyme de *System Automation of PEMFCs with Prognostics and Health management for Improved Reliability and Economy*. Le projet SAPPHERE a pour objectif de développer un système de contrôle avancé pour les PEMFCs afin d'en augmenter la durée de vie tout en s'appuyant sur des technologies actuelles. Le budget total de SAPPHERE dépasse les 3,2 millions d'euros. Six partenaires originaires de cinq pays européen différents sont investis au sein du projet, des instituts de recherche (SINTEF and EIFER), des laboratoires de recherche (FCLAB and FESB), un fabricant de pile à combustible (ZSW) ainsi qu'une société produisant des microcontrôleurs (Dantherm).

Après avoir développé les généralités du PHM et d'une PEMFC, l'approche choisie ainsi que les limites de l'étude sont décrit grâce à une analyse de la littérature. L'approche développée consistant en l'association d'un modèle statique validé et d'un modèle dynamique non aboutit, seul le modèle statique sera traité.

## 2. Cadre d'étude et problématique

### 2.1 Pile à combustible PEMFC

Les PEMFCs ont une structure de base commune à toutes les technologies de pile. Il s'agit d'un assemblage anode / électrolyte / cathode (Électrode / Membrane / Électrode ou MEA) [2].



**Figure 1 : Décomposition d'une PEMFC**

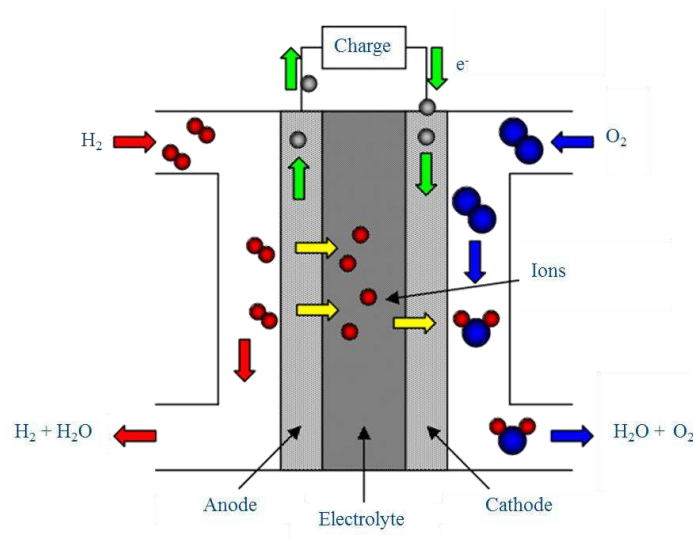
L'électrolyte est une membrane en polymère perfluoré sulphoné. Ce matériau, lorsqu'il est suffisamment hydraté permet la conduction de protons  $H^+$  tout en empêchant la conduction d'électrons. Cet électrolyte reste néanmoins perméable aux gaz ( $N_2$  et  $O_2$  notamment) et est positionné entre deux électrodes. Ces dernières sont composées de carbone sur lesquelles un dépôt catalytique à base de platine est effectué. L'assemblage électrode / membrane / électrode (AME) est à son tour pris entre deux couches de diffusion (Gaz Diffusion Layer ou GDL). Elles sont composées d'un matériau poreux permettant l'arrivée des gaz jusqu'à l'AME ainsi que l'évacuation de l'eau produite par la réaction électrochimique.

Enfin, deux plaques en métal ou en graphite tiennent mécaniquement cet empilement de couches successives. Elles sont appelées plaques bipolaires et assument plusieurs fonctions. D'une part, les canaux gravés sur ces plaques permettent l'acheminement des gaz sur toute la surface de l'AME. D'autre part, leurs propriétés thermiques sont utilisées pour évacuer la chaleur et donc assurer le contrôle de la température grâce à un système de refroidissement.

Cet assemblage constitue une cellule élémentaire d'une PEMFC. Une PEMFC complète est un empilement (ou stack) de plusieurs cellules élémentaires.

Coté fonctionnement, la pile est alimentée en dihydrogène du côté anode et en dioxygène du côté cathode. L'alimentation cathodique peut aussi se faire en air. La conversion énergie chimique / électrique est possible grâce aux réactions ayant lieu aux deux électrodes. A l'anode, le dihydrogène est oxydé pour se décomposer en  $H^+$  et en électrons.

Les protons  $H^+$  obtenus traversent l'électrolyte tandis que les électrons passent par une charge externe pour arriver à la cathode. Le dioxygène est réduit de son côté selon une autre réaction électrochimique s'allie avec les ions  $H^+$  et les électrons pour donner des molécules d'eau.



**Figure 2 : Fonctionnement d'une PEMFC.**

Une PEMFC produit donc de l'électricité, de l'eau, mais aussi de la chaleur. En effet, la réaction électrochimique ayant lieu au sein de la PEMFC est exothermique.

## 2.2 Prognostics and Health Management (PHM)

Toute machine se dégrade avec le temps jusqu'à la défaillance. Celle-ci peut se produire à des moments inopportuns et amener des conséquences particulièrement négatives. Le PHM apparaît comme une solution à ce genre de problème. Ainsi, parmi les objectifs du PHM, les principaux sont :

- augmenter la disponibilité et réduire le coût opérationnel de manière à optimiser la maintenance,
- améliorer la sécurité du système,
- améliorer le processus de décision de manière à augmenter la durée de vie de l'équipement.

Pratiquement, le PHM est décrit à l'aide de sept couches qui permettent de définir les différentes étapes suivies au cours du processus (Figure 1).

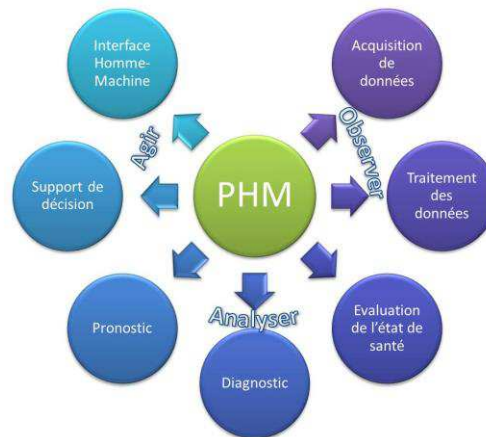


Figure 3 : Décomposition du PHM en couches.

Nous nous concentrons ici sur la partie pronostic du PHM. La définition ISO du pronostic est la suivante [3] : 'Estimation de la durée de fonctionnement avant défaillance et du risque d'existence ou d'apparition ultérieure d'un ou de plusieurs modes de défaillance'. Cela nous permet de définir le Remaining Useful Life (RUL), soit DEFAD (durée estimée de fonctionnement avant défaillance) selon la norme ISO : 'Estimation du temps écoulé entre l'instant actuel et le moment où la machine surveillée est jugée en panne'.

Ainsi le pronostic vise à prédire la durée restante durant laquelle le système sera fonctionnel.

Pour ce faire, les approches utilisées peuvent être distinguées comme suit :

- Les approches dites *data-driven* (exemple : [4]) soit basées données. Ce sont des approches qui se basent uniquement sur l'expérience et donc les données obtenues. C'est par apprentissage (tel que les réseaux de neurone) que l'on peut essayer de prédire l'état suivant du système. Ainsi, ce type d'approches est généralement plus simple à implémenter mais ne permet pas de rapprocher les phénomènes internes avec les états observés ou prédits. Elle nécessite aussi une grande quantité de données pour la phase d'apprentissage.
- Les approches dit *physics-based*. Ce sont des approches qui décrivent physiquement les phénomènes qui se produisent. En effet, les critères de défaillances développés dans l'approche se basent sur la description des mécanismes de défaillance. Ce sont des approches fiables qui nécessitent une très grande connaissance des phénomènes physique se produisant.
- Les approches hybrides se basent sur les deux types précédents ; ce sont des approches se basant sur des équations physiques mais dont certains paramètres évoluent avec le temps et sont estimés par apprentissage. L'idée ici est d'essayer de combiner les deux premières méthodes de manière à associer leurs forces. Cependant, les faiblesses des deux premiers modèles y sont aussi associées.

Nous avons choisi de développer une approche *physics-based* appliqué sur un stack de PEMFC.

## 3. Vers un modèle analytique de comportement

L'objectif à long terme étant de pouvoir pronostiquer le RUL de la pile, il nous est nécessaire de prédire cela en fonction de différentes données mesurées sur la pile en s'appuyant sur un modèle de stack. Ce modèle devra modéliser des phénomènes dynamiques à une échelle macro de manière à avoir des constantes de temps plus en accord avec notre objectif final.

De nombreux modèles de PEMFC existent, avec différents objectifs, tel que le diagnostic [5], la compréhension [6], le contrôle [7]... Cette information est particulièrement difficile à décrypter au sein des publications. Elle est pourtant capitale puisqu'un modèle utilisé à des fins de conception (exemple : [8]) ne sera que difficilement applicable pour une autre application.

Parmi ces modèles, certains modélisent le système entier, ceux-ci n'ont pas été approfondis car ils présentent un modèle trop étendu pour notre application qui se cantonne au stack. D'autres concernent une monocellule [6, 7, 9, 10, 11, 12]. Fouquet et al. [5] présente un modèle de cellule, mais ce modèle semble facilement augmentable pour modéliser un stack entier, grâce à une répétition du modèle de cellule : Shan et al. [13] présentent un modèle de cellule et l'étendent en modèle de stack. Le critère concernant l'objet modélisé peut donc être assoupli, un modèle de cellule facilement augmentable en modèle de stack pourrait être envisagé. Enfin une autre partie de la littérature modélise le stack [1, 14, 15, 16]. Asl et al. [17] présentent directement dans leur publication deux modèles dont le second est tiré du premier concernant une cellule et qui est appliqué au stack.

La définition d'un modèle dynamique ou statique ne présente pas de définition uniforme au sein de la littérature. En effet, un modèle faisant intervenir le temps peut être considéré comme un modèle dynamique peu importe la constante de temps. Alors que pour certains scientifiques, une constante de temps trop faible signifiera un modèle statique. Ainsi certains modèles se disent dynamiques [12, 13, 16, 18] et d'autres statiques [5], beaucoup ne définissent pas cependant la nature de leur modèle qui semble être statique [6, 10] ou dynamique [14].

Les modèles se distinguent aussi par les phénomènes décrits, qu'ils soient à l'échelle nano, décrivant les phénomènes moléculaires, ou micro décrivant les phénomènes à la membrane. De cela découle la caractéristique temporelle portée par le modèle, puisque des modèles décrivant un phénomène nano n'auront pas la même constante de temps que des modèles décrivant des phénomènes macro. Nous n'avons pas étudié les modèles décrivant des phénomènes trop précis. Mais certains modèles analytiques décrivant des phénomènes physiques et chimiques présentent une échelle micro [6, 9, 11] et d'autres une échelle macro [5, 10, 14].

Dans certaines publications nous pouvons voir que certaines dégradations ont été incluses. En effet, Fouquet et al. [5] caractérisent l'assèchement et le noyage de la membrane. Ils essayent donc de définir les états dégradés de la pile. De leur côté Robin et al. [15] modélisent certaines dégradations. Les modèles ne sont pas construits de la même façon, en effet certains vont faire partie de "Data-driven" et ne vont donc modéliser aucun phénomènes physique, ne faire que de l'apprentissage [4]. Ce domaine n'a pas été approfondi car nous désirons un modèle "Physical-based" comme décrit précédemment. Ainsi certains sont formalisés grâce à une équivalence électrique [1, 5, 10, 16, 19], d'autres directement grâce aux phénomènes physiques et chimiques se produisant [6, 9, 11, 12, 18].

Les différents auteurs valident leur modèles grâce à des expérimentations [14, 8], grâce à d'autres publications [17], voire même par comparaison avec des résultats d'équations résolues [7]. Lee et al. [10] de leur côté ne valident pas réellement le modèle, ils ne valident en réalité que l'évaluation des paramètres puisque seule la correspondance entre la courbe originale sur laquelle est basé l'évaluation et la simulation est présentée. Hou et al. [14] effectuent les évaluations de paramètres grâce à des expérimentations et les valident ensuite grâce à d'autres test sur un autre stack. Chevalier et al. [11] ne valident leur modèle que grâce à une comparaison faite avec des données d'une autre publication.

Cependant, généralement, les entrées et sorties des modèles sont le courant (ou la densité de courant) pour l'entrée et la tension pour le résultat simulé.

Le modèle correspondant le plus à nos besoins est celui de Laffly et al. [1]. En effet, ce modèle est celui présentant le plus de correspondances avec nos critères de sélection.

Ce modèle se présente comme une association d'un modèle statique et dynamique. Ce papier ne traite que la partie statique du modèle.

## 4. Modèle statique

### 4.1 Formulation

Le modèle statique est basé sur la loi de Butler Volmer. Ceci nous donne une loi de variation prenant en compte les phénomènes d'activation à l'anode et à la cathode au travers des deux chutes de tension  $\eta_a$  et  $\eta_c$ .

$$U_{DC} = E_0 - r \cdot J_{DC} - \eta_a - \eta_c \quad (1)$$

Avec  $r$  la résistance interne de pile,  $J_{DC}$  la densité de courant statique de pile et  $E_0$  la tension à vide de la pile normalisée par cellule.

Si le système est supposé symétrique, l'expression des chutes de tension suit les lois suivantes :

$$\eta_a = \frac{1}{b_a} \cdot \text{asinh} \left( \frac{J_{DC}}{2 \cdot j_{0a}} \right) \quad (2)$$

$$\eta_c = \frac{1}{b_c} \cdot \operatorname{asinh} \left( \frac{J_{DC}}{2 \cdot j_{0c}} \right) \quad (3)$$

Avec :

- $b_a, b_c$  les paramètres de Tafel à l'anode et la cathode.
- $j_{0a}, j_{0c}$  les densités de courant d'échange à l'anode et à la cathode.

Dans ce cas, les phénomènes de courant limite dus à la diffusion des espèces ne sont pas pris en compte par les auteurs. Ceci est résolu en intégrant un courant limite à l'anode et à la cathode dans la loi de variation des chutes de tension  $\eta_a$  et  $\eta_c$  (équations (4) et (5)).

$$\eta_a = \frac{1}{b_a} \cdot \operatorname{asinh} \left( \frac{J_{DC}}{2 \cdot j_{0a} \left( 1 - \frac{J_{DC}}{j_{La}} \right)} \right) \quad (4)$$

$$\eta_c = \frac{1}{b_c} \cdot \operatorname{asinh} \left( \frac{J_{DC}}{2 \cdot j_{0c} \left( 1 - \frac{J_{DC}}{j_{Lc}} \right)} \right) \quad (5)$$

Avec  $j_{La}$  la densité de courant limite à l'anode et  $j_{Lc}$  la densité de courant limite à la cathode.

Dans les faits, les auteurs ne prennent souvent en compte que la diffusion à la cathode. En effet il a été remarqué lors de mesures que la diffusion côté air a une influence plus importante que du côté hydrogène [1]. Les équations (2) et (5) sont prises en compte pour le calcul des chutes de tension  $\eta_a$  et  $\eta_c$ ; ce qui donne la loi de variation de tension de pile suivante (équation (6)) :

$$U_{DC} = E_0 - r \cdot J_{DC} - \frac{1}{b_a} \cdot \operatorname{asinh} \left( \frac{J_{DC}}{2 \cdot j_{0a}} \right) - \eta_c \frac{1}{b_c} \cdot \operatorname{asinh} \left( \frac{J_{DC}}{2 \cdot j_{0c} \left( 1 - \frac{J_{DC}}{j_{Lc}} \right)} \right) \quad (6)$$

Le modèle statique présente donc comme seule entrée : la densité de courant et une seule sortie, la tension par cellule. Il est cependant nécessaire d'initialiser les paramètres intervenant dans l'équation (6).

## 4.2 Validation

### 4.2.1 Protocole expérimental

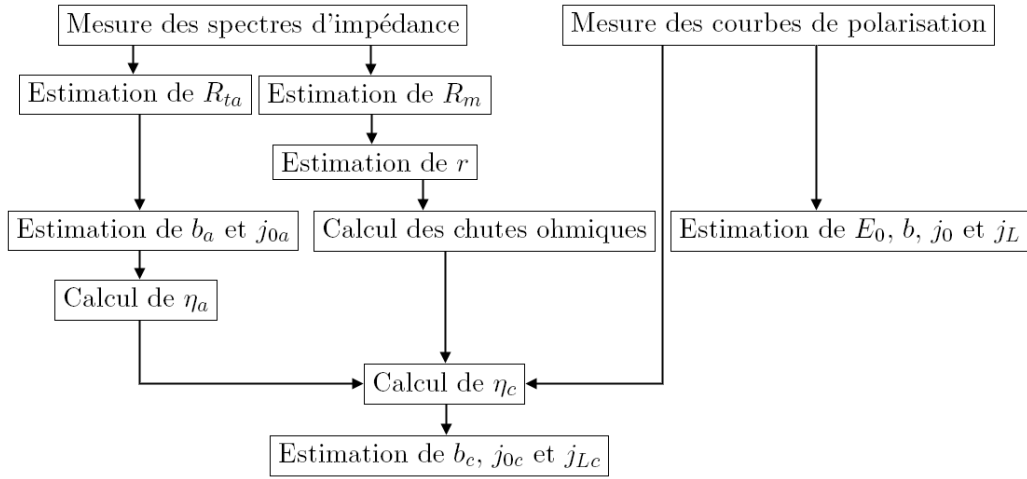
Nous avons validé le modèle statique grâce à deux campagnes d'essais différentes qui ont donné des résultats similaires. Ont été réalisés deux essais de longue durée sur deux piles à combustible de même nature (pile PEMFC composée de 5 cellules élémentaire et ayant une surface active de 100cm<sup>2</sup>).

Le premier essai (nommé PAC1) a été réalisé sur 1000 heures à un courant appelé constant de 70 A avec les conditions opératoires maintenues constantes. Une caractérisation complète de la pile a été réalisée chaque semaine, elle est composée d'une courbe de polarisation effectuée grâce à une rampe de 0 A/cm<sup>2</sup> à 1 A/cm<sup>2</sup> pendant 1000s ; puis d'un EIS (Spectroscopie d'impédance électrochimique) effectué à trois densités de courant différentes.

Le second essai (nommé PAC2) suit le même protocole à l'exception de la sollicitation qui est un courant perturbé de 70 A avec une oscillation de plus ou moins 10%. En effet, le courant appelé est constitué d'une composante continue et d'une perturbation.

### 4.2.2 Protocole de validation

L'objectif ici est de valider la correspondance de ce modèle avec les données expérimentales. Pour cela, à chaque caractérisation, une évaluation des paramètres de l'équation (6) est effectuée selon le protocole visible sur la figure 4.



**Figure 4 : Processus d'initialisation des paramètres statiques**

$R_{ta}$  est la résistance de transfert à l'anode s'exprimant en fonction de  $j_{0a}$  et  $b_a$ .

$j_0$  étant la densité de courant d'échange globale, que l'on évalue, dans un premier temps, en ne considérant pas la séparation de l'anode et de la cathode.

$R_m$  est la résistance de membrane.

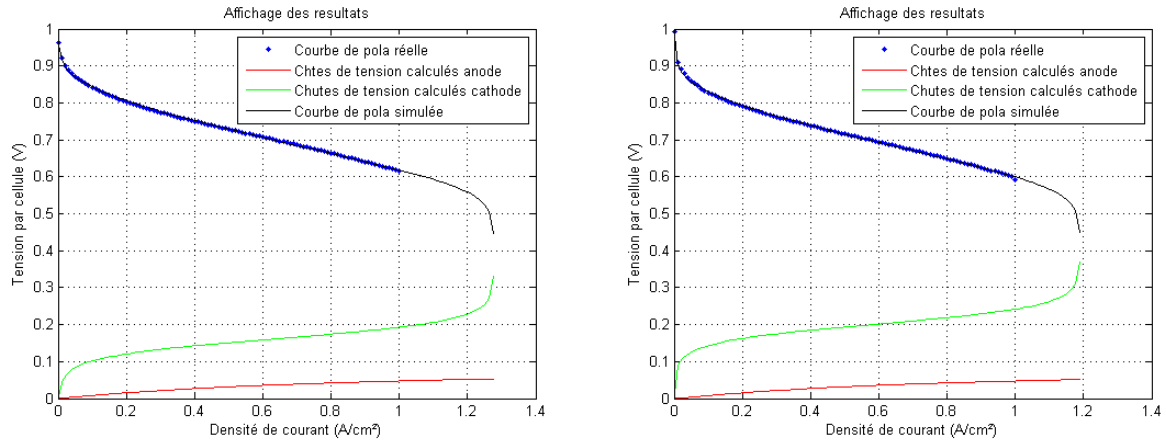
Ainsi, à chaque caractérisation, nous obtenons trois lieux de Nyquist grâce à la réalisation d'EIS à trois densités de courant différentes, ainsi qu'une courbe de polarisation. A partir de ces données de caractérisations, et grâce à des régressions non linéaires sur chacune des courbes ; différentes valeurs de paramètres sont obtenues.

Certains paramètres sont donc estimés grâce à uniquement une courbe. D'autres, comme la résistance de membrane sont estimés grâce aux trois EIS de la caractérisation concernée, mais aussi grâce à tous les EIS ayant été réalisés avant.

A la suite de l'estimation, les paramètres sont injectés dans le modèle et la capacité du modèle à s'ajuster avec les données expérimentales est évaluée.

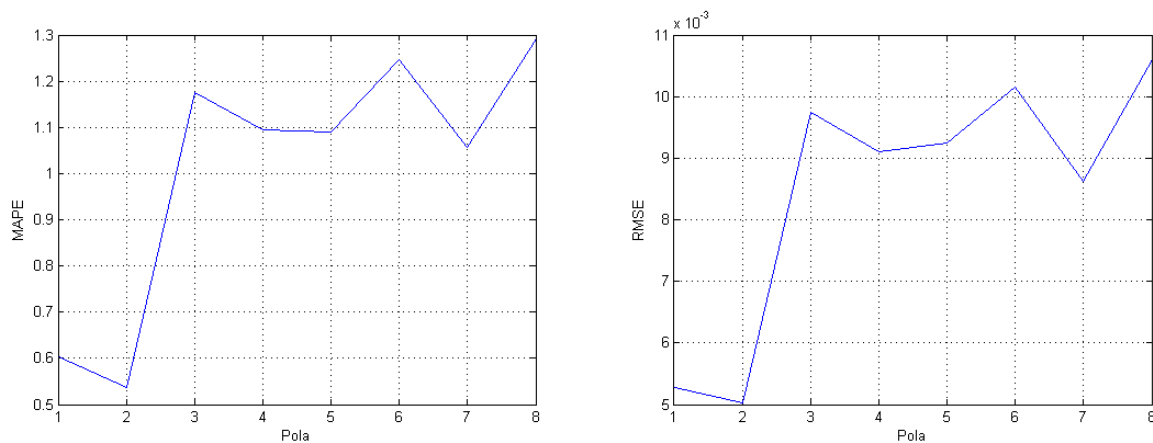
### 4.2.3 Résultats

Le modèle étant uniquement statique, nous ne cherchons qu'à évaluer la correspondance entre la courbe de polarisation réelle et simulée (figure 5). En effet, la courbe de polarisation est la partie de la caractérisation statique.



**Figure 5 : Exemple d'un ajustement d'une courbe de polarisation à  $t=0$  pour la pile PAC1 et PAC2**

Ont été calculées les erreurs MAPE (Erreur moyenne absolue en pourcentage) et RMSE (Racine carrée de l'erreur quadratique moyenne) de manière à regarder si le modèle correspond toujours avec le vieillissement (Figure 6). Une légère évolution se fait avec le temps passant, ce qui signifie que le modèle semble moins bien adapté sur une pile vieillissante.



**Figure 6 : Évolution des erreurs MAPE et RMSE des ajustements des courbes de polarisation pour la pile PAC2**

Les résultats moyens sont regroupés dans le tableau 1. Les erreurs restent particulièrement faibles et confirment la justesse de notre modèle.

L'ajustement du modèle aux données expérimentales reste très bon sur les 1000 heures des deux essais et sur les 8 courbes de polarisations de chaque essai.

**Tableau 1. Moyenne des erreurs sur les simulations**

	à courant stabilisé	à courant avec variations
Moyenne MAPE (%)	1,07	1,01
Moyenne RMSE	9,62 e-03	8,47 e-03

## 5. Conclusion

Le modèle introduit ici appliqué à des données expérimentales présente des résultats particulièrement satisfaisants. En effet, la concordance entre les données réelles et les données obtenues valide le modèle envisagé. Ce modèle s'adapte parfaitement à cette pile PEMFC, grâce à une bonne initialisation des paramètres.

La poursuite du travail consistera en la validation de l'autre partie du modèle proposé par Ellie Laffly [1], la partie dynamique. Pour ensuite intégrer le vieillissement dans le modèle global de manière à l'appliquer au pronostic. Pour cela, l'intégration d'une fonction dépendante du temps pour faire varier certains paramètres qui seront jugé pertinents semble être une solution adaptée. Ainsi la simulation de l'état de santé de la pile à partir d'une caractérisation initiale devra être possible. Ce qui dans des conditions de vieillissement normal nous permettra de prédire l'état de santé de la pile, voire de prédire le RUL.

## Remerciements

Le travail effectué a été réalisé au sein du projet SAPPHERE, financé par la Commission Européenne par l'entreprise commune « Fuel Cells & Hydrogen Joint Undertaking ».

Ce travail a été réalisé en coopération avec le programme Labex ACTION (contrat ANR-11-LABX-01-01).

## Références

- [1] E. LAFFLY. "Modélisation d'une Pile à Combustible de Type PEMFC Intégrant les Phénomènes de Vieillessement", PhD thesis, *Université de Franche-Comté*, 2008.
- [2] h. gauthie. "Piles à combustibles" : support de présentation. 2002.
- [3] AFNOR. Iso 13381-1 :2004 surveillance et diagnostic des machines - pronostic - partie 1 : Lignes directrices générales.
- [4] Zhi-Dan Zhong, Xin-Jian Zhu, and Guang-Yi Cao. "Modeling a pemfc by a support vector machine". *Journal of Power Sources*, 160 :293–298, 2006.
- [5] N. Fouquet, C. Doulet, C. Nouillant, G. Dauphin-Tanguy, and B. Ould-Bouamama. "Model based pem fuel cell state-of-health monitoring via ac impedance measurement". *Journal of Power Sources*, 159(2) :905 – 913, 2006.
- [6] N.P. Siegel, M.W. Ellis, D.J. Nelson, and M.R. von Spakovsky. "A two-dimensional computational model of a pemfc with liquid water transport". *Journal of Power Sources*, 128(2) :173 – 184, 2004.



- [7] Melika Hinaje, Stéphane Raël, Panee Noiying, Dinh An Nguyen, and Bernard Davat. “An equivalent electrical circuit model of proton exchange membrane fuel cells based on mathematical modelling”. *Energies*, 5(8) :2724–2744, 2012.
- [8] Sang-Kyun Park and Song-Yul Choe. “Dynamic modeling and analysis of a 20-cell pem fuel cell stack considering temperature and two-phase effects”. *Journal of Power Sources*, 179 :660–672, 2008.
- [9] L.S. Martins, J.E.F.C. Gardolinski, J.V.C. Vargas, J.C. Ordonez, S.C. Amico, and M.M.C. Forte. “The experimental validation of a simplified pemfc simulation model for design and optimization purposes”. *Applied Thermal Engineering*, 29 :3036–3048, 2009.
- [10] Ju hyung Lee, Jong-Hak Lee, Woojin Choi, Kyung-Won Park, Hee-Young Sun, and Jae-Hyuk Oh. “Development of a method to estimate the lifespan of proton exchange membrane fuel cell using electrochemical impedance spectroscopy”. *Journal of Power Sources*, 195 :6001–6007, 2010.
- [11] S. Chevalier, D. Trichet, B. Auvity, J.C. Olivier, C. Josset, and M. Machmoum. “Multiphysics dc and ac models of a pemfc for the detection of degraded cell parameters”. *International Journal of Hydrogen Energy*, 38(26) :11609 – 11618, 2013.
- [12] M.Ceraolo, C. Miulli, and A. Pozio. “Modelling static and dynamic behaviour of proton exchange membrane fuel cell on the basis of electro-chemical description”. *Journal of Power Sources*, 113(1) :131 – 144, 2003.
- [13] Yuyao Shan and Song-Yul Choe. “Modeling and simulation of a pem fuel cell stack considering temperature effects”. *Journal of Power Sources*, 158(1) :274 – 286, 2006.
- [14] Yongping Hou, Zhihua Yang, and Gang Wan. “An improved dynamic voltage model of pem fuel cell stack”. *International Journal Of Hydrogen Energy*, 35(20) :11154 – 11160, 2010.
- [15] Christophe Robin, Mathias Gerard, Alejandro A. Franco, and Pascal Schott. “Multi-scale coupling between two dynamical models for pemfc aging prediction”. *International Journal Of Hydrogen Energy*, 38(11) :4675 – 4688, 2013.
- [16] U. Reggiani, L. Sandrolini, and G.L. Giuliattini Burbui. “Modelling a pem fuel cell stack with a nonlinear equivalent circuit”. *Journal of Power Sources*, 165 :224 – 231, 2007.
- [17] S.M. Sharifi Asl, S. Rowshanzamir, and M.H. Eikani. “Modelling and simulation of the steady-state and dynamic behaviour of a pem fuel cell”. *Energy*, 35 :1633 – 1646, 2009.
- [18] S.P. Philipps and C. Ziegler. “Computationally efficient modeling of the dynamic behavior of a portable pem fuel cell stack”. *Journal of Power Sources*, 180 :309 – 321, 2008.
- [19] Stavros Lazarou, Eleftheria Pyrgioti, and Antonio T. Alexandridis. “A simple electric circuit model for proton exchange membrane fuel cells”. *Journal of Power Sources*, 190 :380 – 386, 2009.